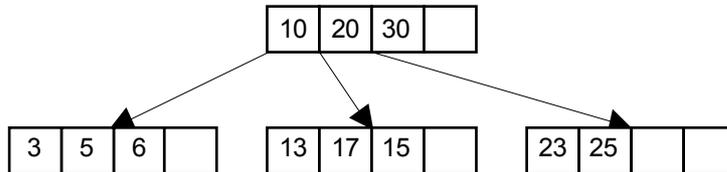


Selbsttest 5

1) B-Bäume (zeichnen)

Gegeben ist folgender Mehrwegbaum vom Grad 2. Was müssen Sie überprüfen, um zu prüfen, ob dieser Mehrwegbaum ein B-Baum vom Grad 2 ist? Ist dieser Baum ein B-Baum vom Grad 2? Wenn es kein B-Baum ist, strukturieren Sie ihn in einen B-Baum vom Grad 2 um.



Führen Sie die folgenden Operationen durch (Ex = Einfügen des Schlüssels x, Lx = Löschen des Schlüssels x): E16, E27, E40, E2, E4, E1, L17, L10, L26, E35

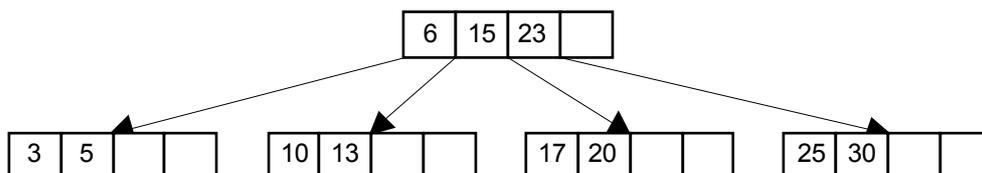
Lösung:

1. Jeder Knoten hat mindestens 2, maximal 4 Schlüssel, Wurzel darf weniger haben.
2. Schlüssel sind in jedem Knoten aufsteigend.
3. Für jeden Schlüssel k in einem inneren Knoten gilt:
 - 3.1. Die linken und rechten Teilbäume ist nicht leer, d.h. ein innerer Knoten mit i Schlüsseln hat i+1 Söhne.
 - 3.2. Alle Schlüssel im linken Teilbaum sind kleiner als k.
 - 3.3. Alle Schlüssel im rechten Teilbaum sind größer als k.
4. Alle Blätter stehen auf selber Stufe.

Ist kein B-Baum, weil Prüfung 2 nicht OK ist.

Nach dem Vertauschen der Schlüssel 17 und 15 ist es immer noch kein B-Baum vom Grad 2, weil der rechte Teilbaum des Schlüssels 30 leer ist (Prüfung 3.1).

Man erhält einen gültigen B-Baum vom Grad 2, wenn man dieselben Schlüssel in einen anfangs leeren B-Baum einfügt.



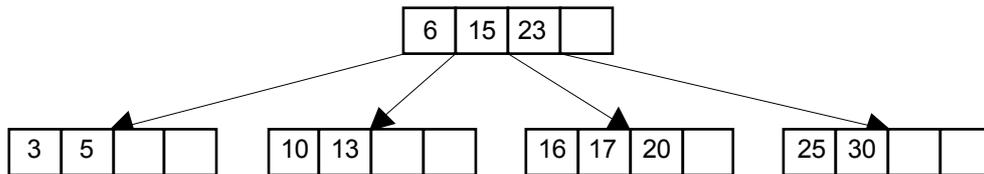
Vorgehensweise beim Einfügen:

- Zuerst sucht man die Einfügeposition in einem Block b:
 - o Wenn b ein Blatt ist, wird der Schlüssel in b eingefügt (Überlauf ist möglich).
 - o Wenn b ein innerer Knoten ist, wird der Schlüssel rekursiv im entsprechenden Sohn eingefügt, das eigentliche Einfügen erfolgt nur in den Blättern.
- Behandlung des Überlaufs, wenn das Blatt schon voll war (2n Schlüssel):
 - o Blatt splitten (links n, rechts n Schlüssel), mittleren Schlüssel in Vaterknoten einfügen
 - o Auch Vaterknoten kann bereits voll sein => Splitten
 - o Splitten der Wurzel führt zu neuer Wurzel mit nur einem Element (Höhe des Baums wächst)

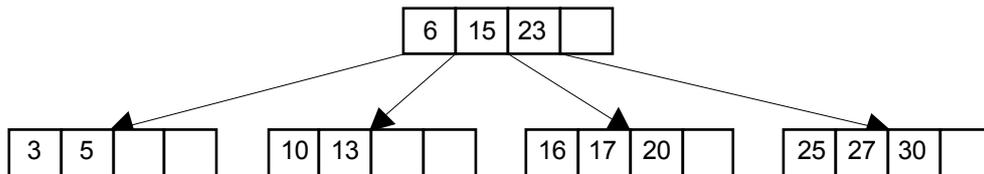
Vorgehensweise beim Löschen:

- Zuerst sucht man die Löschposition in einem Block b:
 - o Wenn b ein Blatt ist, wird der Schlüssel in b gelöscht (Unterlauf ist möglich).
 - o Wenn b ein innerer Knoten ist, wird der zu entfernende Schlüssel durch den nächstkleineren ersetzt, das eigentliche Löschen erfolgt nur in den Blättern.
- Behandlung des Unterlaufs, wenn das Blatt nur n Schlüssel enthielt:
 - o Schlüssel mit Nachbarknoten ausgleichen
 - o Wenn es trotzdem nicht genügend Schlüssel gibt (weniger als 2n), Nachbarknoten mit dem Schlüssel aus dem Vaterknoten verschmelzen (ergibt einen vollen Knoten)
 - o Wenn letztes Element aus der Wurzel gelöscht wird, schrumpft die Höhe des Baums um 1.

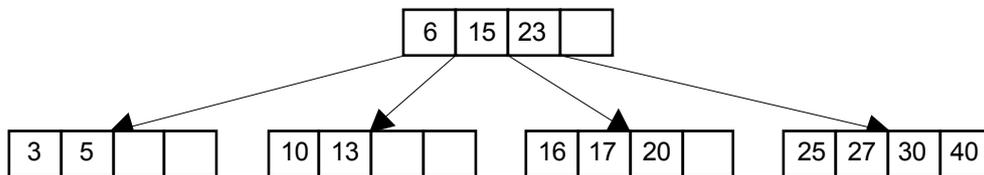
E16:



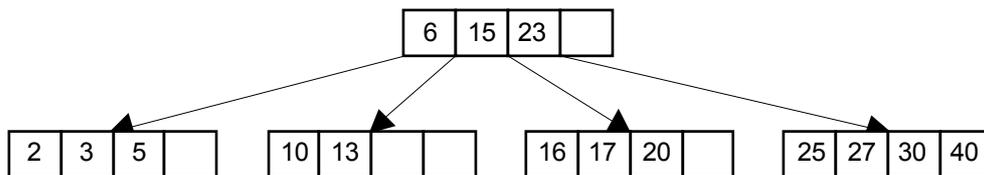
E27:



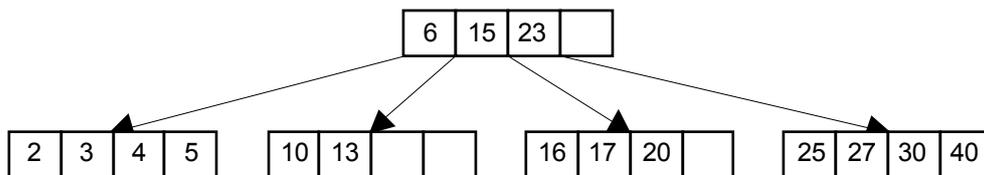
E40:



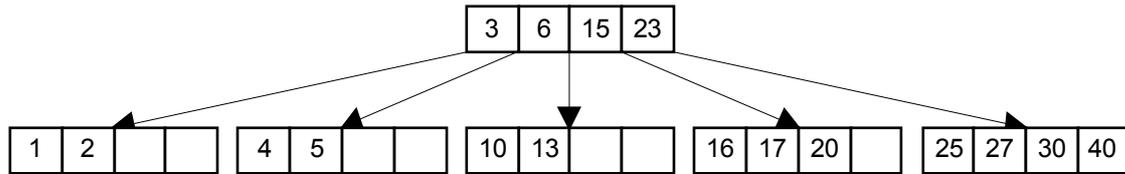
E2:



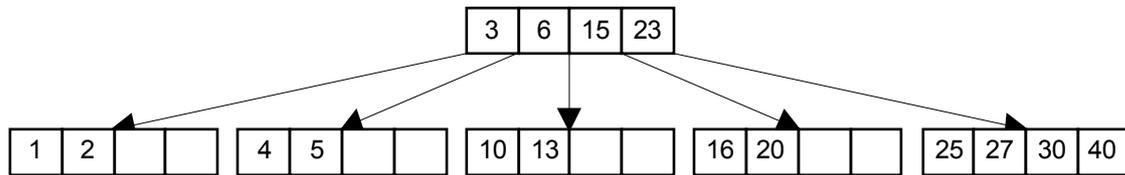
E4:



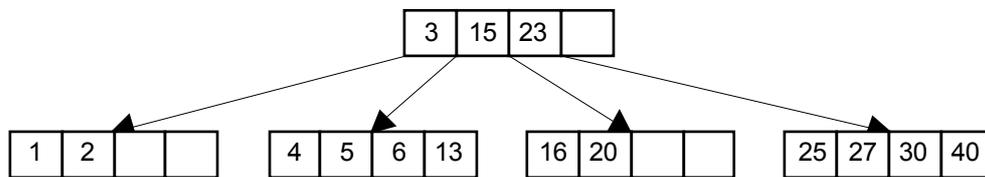
E1:



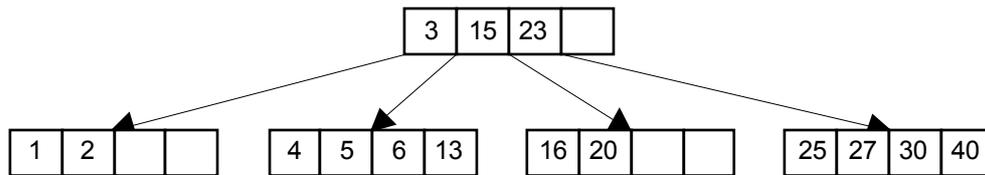
L17:



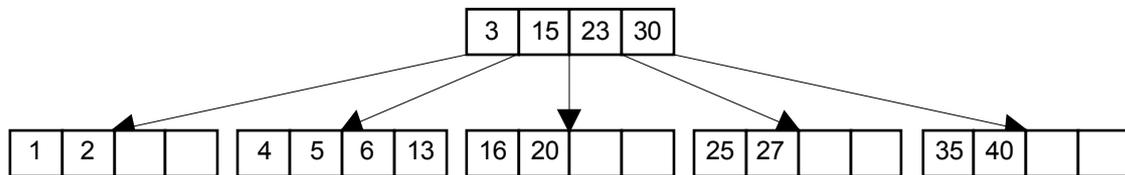
L10:



L26:



E35:



2) 2-3-4 Bäume, Rot-Schwarz Bäume (zeichnen)

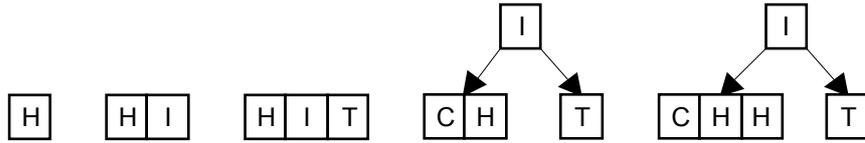
Geben Sie die 2-3-4 Bäume und die entsprechenden Rot-Schwarz-Bäume an (mit allen Zwischenschritten), die beim Einfügen der Buchstaben HITCHHIKERSGUIDE entstehen.

Lösung:

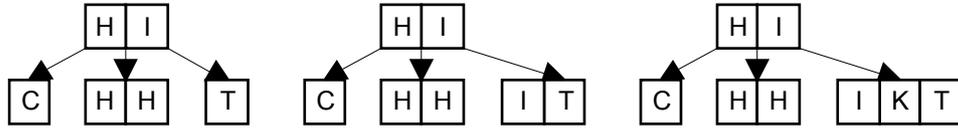
Einfügen immer in Blättern.

- Blatt suchen, in das eingefügt werden soll.
 - o Wenn ein Knoten mit 3 Blättern gefunden, diesen auf dem Weg nach unten splitten.
- Schlüssel einfügen
 - o Wenn bereits 1 oder 2 Schlüssel => einfach einfügen
 - o Wenn bereits 3 Schlüssel => Blatt splitten auf 3 Blätter und dann Schlüssel einfügen.

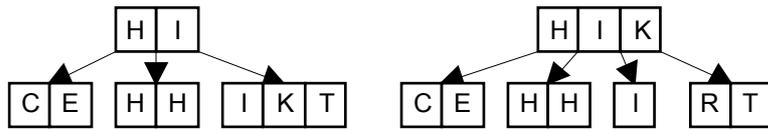
H, I, T, C, H



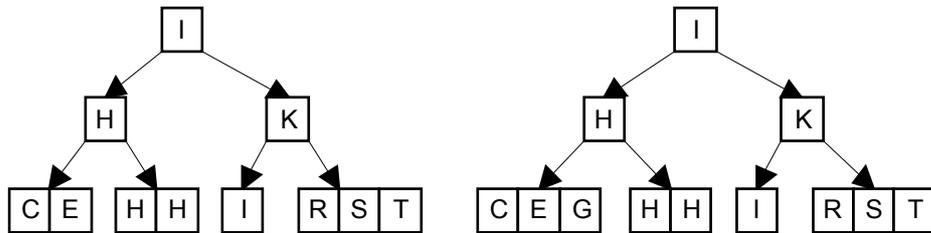
H, I, K



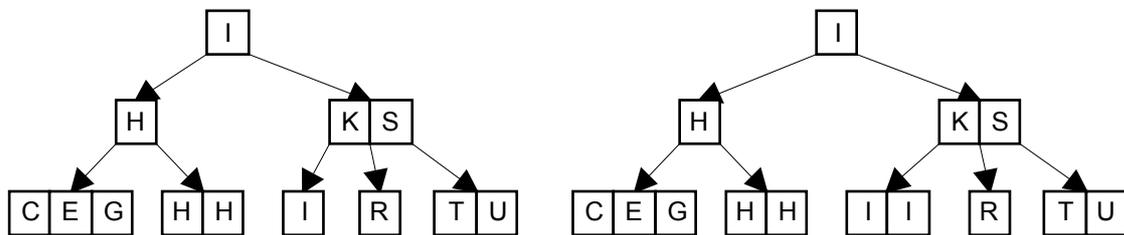
E, R



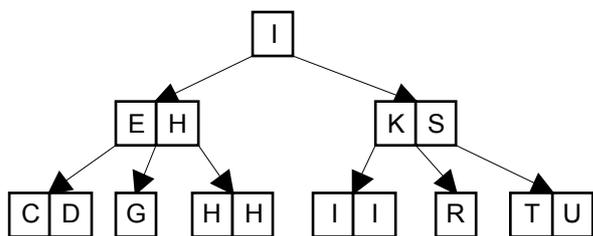
S, G



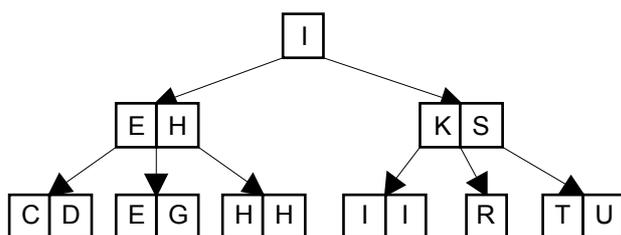
U, I



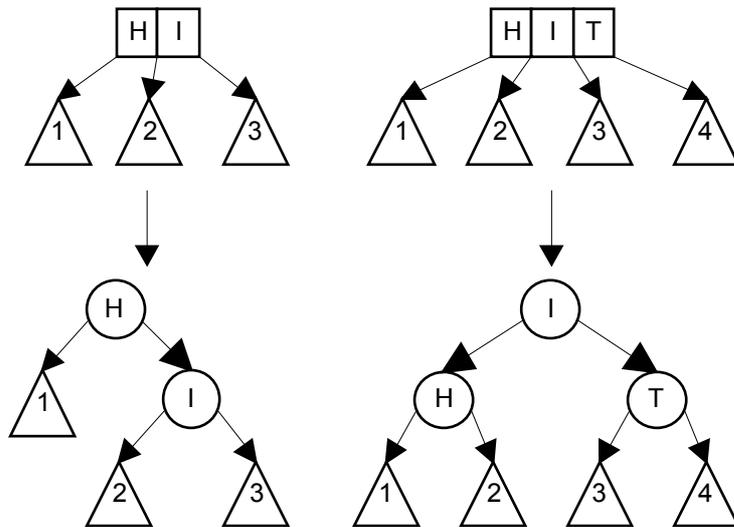
D



E



Die entsprechenden Rot-Schwarz-Bäume ergeben sich durch Ersetzen der 3- und 4-Knoten (Rot-Schwarzbäume sind gedachte 2-3-4 Bäume):



3) B-Bäume

B-Bäume heißen "B-Bäume", weil sie spezielle Binärbäume sind
 In einem B-Baum vom Grad n hat jeder Block (außer der Wurzel) mindestens n Schlüssel und höchstens $2n$ Schlüssel

In einem B-Baum vom Grad n hat jeder innere Block mit i Schlüsseln $i+1$ Söhne, mindestens n Blätter (aber nicht unbedingt alle Blätter) befinden sich auf derselben Tiefe

Schlüssel werden prinzipiell in Blättern eingefügt. Wenn das Blatt bereits n Knoten enthält, wird es gesplittet und ein Schlüssel nach oben gereicht. Beim Einfügen dieses Schlüssels im Vaterknoten kann es wieder zu einem Überlauf kommen, der im schlimmsten Fall zum Splitten der Wurzel führt

Ja	Nein
	X
X	
	X
	X

2-3-4 Bäume

Ein Knoten eines 2-3-4 Baums kann u.a. die Knotengrade 2 oder 3 haben

Ein Knoten eines 2-3-4 Baums kann u.a. die Knotengrade 1 oder 2 haben

Ein Knoten eines 2-3-4 Baums kann u.a. die Knotengrade 0 oder 4 haben

Die Blätter eines 2-3-4 Baums haben alle die gleiche Höhe

X	
	X
X	
X	